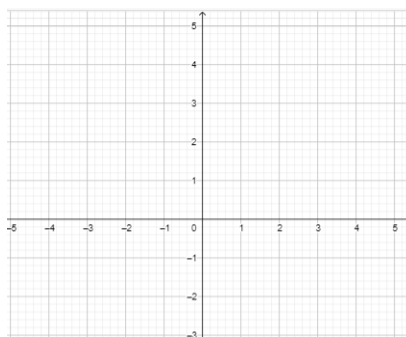


ОБРАДА ПОДАТАКА

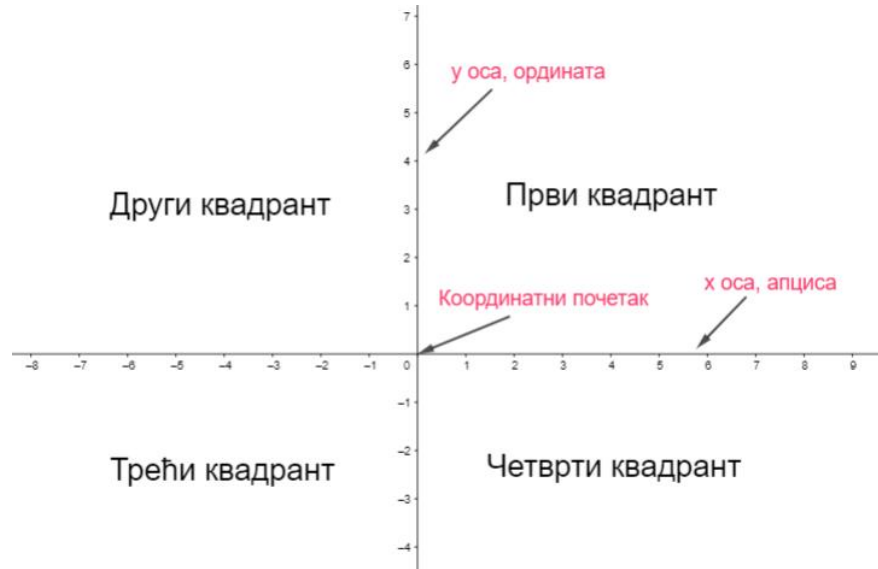
ОБРАДА ПОДАТАКА		
Ученик:	Ученик уме да:	Ученик уме да:
МА.1.5.1. изражава положај објеката сврставајући их у врсте и колоне; одреди положај тачке у првом квадранту координатног система ако су дате координате и обратно	МА.2.5.1. влада описом координатног система (одређује координате тачака, осно или централно симетричних итд)	МА.3.5.1. одреди положај (координате) тачака које задовољавају сложеније услове
МА.1.5.2. прочита и разуме податак са графикона, дијаграма или из табеле, и одреди минимум или максимум зависне величине	МА.2.5.2. чита једноставне дијаграме и табеле и на основу њих обради податке по једном критеријуму (нпр. одреди аритметичку средину за дати скуп података; пореди вредности узорка са средњом вредношћу)	МА.3.5.2. тумачи дијаграме и табеле
МА.1.5.3. податке из табеле прикаже графиконом и обрнуто	МА.2.5.3. обради прикупљене податке и представи их табеларно или графички; представља средњу вредност медијаном	МА.3.5.3. прикупи и обради податке и сам састави дијаграм или табелу; црта график којим представља међузависност величина
МА.1.5.4. одреди задати проценат неке величине	МА.2.5.4. примени процентни рачун у једноставним реалним ситуацијама (на пример, промена цене неког производа за дати проценат)	МА.3.5.4. примени процентни рачун у сложенијим ситуацијама

Координатни систем

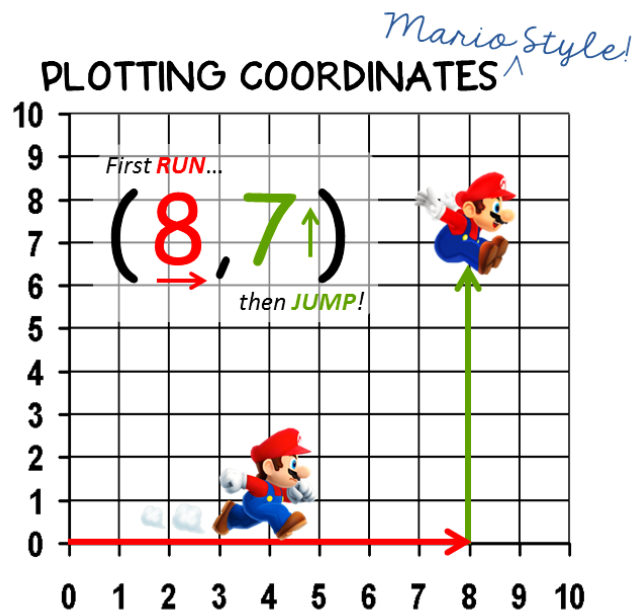
Положај тачака



Координатним системом приказујемо положај тачака. Раван је подељена двома правама које су нормалне. Те праве су осе координатног система (x оса и y оса), а њихов пресек је координатни почетак $(0,0)$. Свака тачка се приказује помоћу уређеног пара (x, y) , где је прва тачка координата на x оси (апциса, хоризонтална оса), док је друга координата на y оси (ордината, вертикална оса). Ове осе деле раван на 4 квадранта.



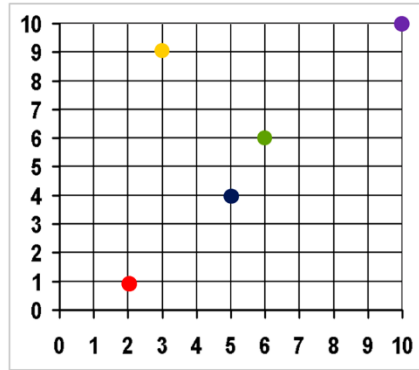
Добар начин да упамтиш како се уцртавају и читају координате тачака



Преузето са <https://mrssolsclass.blogspot.com/2015/03/whats-your-coordinate.html>

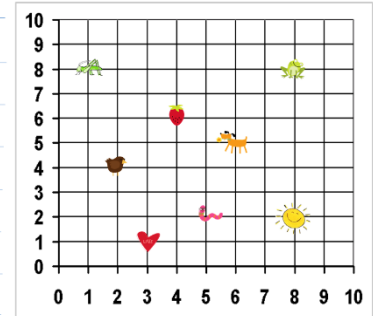
Дакле, увек прво х оса (Марио трчи лево (знак -) или десно (знак +), па у оса (Марио скаче горе (знак +) или доле (знак -)).

Примери положаја тачака у првом квадранту:



- (2 , 1)
- (5 , 4)
- (6 , 6)
- (3 , 9)
- (10 , 10)

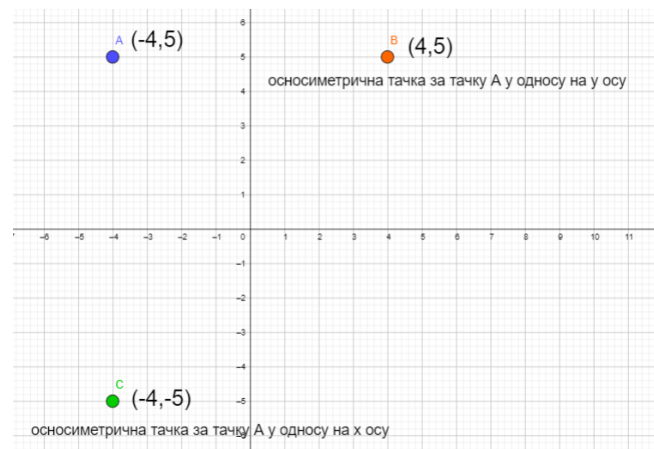
- 🐛 (5 , 2)
- ☀️ (8 , 2)
- 🦋 (1 , 8)
- 🍄 (2 , 4)
- ♥️ (3 , 1)
- 🐘 (7 , 5)
- 🦎 (8 , 8)
- 🍓 (4 , 6)



Осносиметричне тачке за дату тачку у координатном систему:

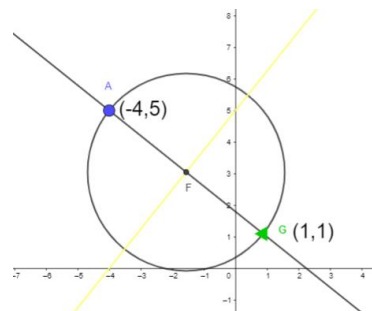
Осносиметрична тачка **у односу на x осу** је тачка која има исту координату x, а координата y је супротан број.

Осносиметрична тачка **у односу на y осу** је тачка која има исту координату y, а координата x је супротан број.



Осносиметрична тачка **у односу на неку праву у координатном систему** је тачка која се налази на истом растојању од те праве, али на супротној страни од ње (под правим углом).

Најлакши начин за одређивање ове тачке је да се повуче нормала кроз дату тачку (A) на ту праву. У тачки која је пресек заборемо иглу шестара и опишемо кружницу чији је полупречник растојање од пресечне тачке до дате тачке. Тачка у којој ова кружница пресече нормалу је тачка која је осносиметрична почетној тачки у односу на задату праву (G).



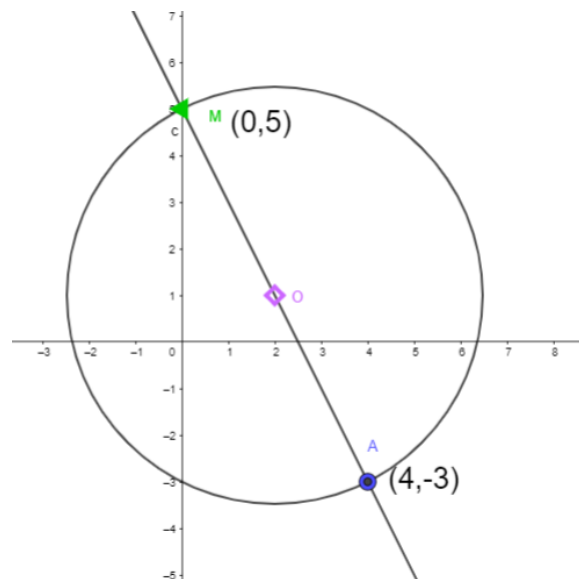
Централносиметрична тачке за дату тачку у координатном систему:

Централносиметрична тачка **у односу на координатни почетак** је тачка чије су координате супротни бројеви у односу на почетне бројеве.



Централносиметрична тачка **у односу на неку тачку у координатном систему** је тачка која се налази на истом растојању од те тачке, али на супротној страни од ње.

Најлакши начин за одређивање ове тачке је да се повуче права кроз дату тачку (A) на тачку која је центар (O). У тачки која је центар заборимо иглу шестара и опишемо кружницу чији је полупречник растојање од центра до дате тачке. Тачка у којој ова кружница пресече праву је тачка која је централносиметрична почетној тачки у односу на задати центар (M).



Растојање тачака у координатном систему

$$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Координата средине дужи

Израчунавање координате средине дужи АВ ради се по формули:

$$S = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Површина и обим троугла

Обим троугла у координатном систему се рачуна тако што саберемо дужине свих страница.

Ове дужине смо претходно израчунали применом формуле

$$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

за све три странице.

ПАЗИ!!! У овом задатку се углавном не добијају цели или рационални бројеви, већ решење за сваку страницу често буде ирационалан број. Бројеви који нису одговарајући, НЕ МОЖЕМО ДА САБИРАМО! Дакле, рационалне сабирамо свакако, а ирационалне САМО ако имају исте корене. На пример, ако је $0 = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ **то је крај задатка**, **НИ СЛУЧАЈНО НИЈЕ** $0 = \sqrt{10}$

Површина троугла: у основној школи, док још није позната формула за израчунавање површине троугла са задатим странама, користи се формула:

$$\frac{\text{дужина} \cdot \text{одговарајућа висина}}{2}, \text{ или ако је правоугли троугао онда } \frac{\text{катета} \cdot \text{катета}}{2}$$

Дакле, потebene су нам дужине свих страница и по потреби одговарајуће висине (опет формула за растојање између две тачке).

Зависне величине

За две величине кажемо да су зависне ако промена једне величине утиче на то да се и друга величина мења. Тада једну променљиву зовемо **независна променљива**, а другу променљиву зовемо **зависна променљива**. Постоје две врсте пропорционалности: директна и обрнута пропорционалност.

Величина у је директно пропорционална величини х ако је однос $\frac{y}{x}$ свих њихових одговарајућих вредности увек исти (константан) број различит од нуле.

Другим речима, променљива величина у је директно пропорционална величини х ако је за неки број к, $y=kx$ за све одговарајуће вредности ових величина.

Број к се назива се коефицијент пропорционалности.

Основно својство пара директно пропорционалних величина на основу којег се лако препознаје да су оне директно пропорционалне је следеће:

Ако једна од величина порасте или се смањи м пута, при чему је м број различит од нуле, њој директно пропорционална величина такође порасте или се смањи исти број м пута.

Две величине су обрнуто пропорционалне ако су производи сваке две одговарајуће вредности тих величина међусобно једнаки, тј. ако постоји број k , такав да је $xy=k$ за сваки пар одговарајућих вредности x и y тих величина.

Основно својство пара обрнуто пропорционалних величина на основу којег се лако препознаје да су оне обрнуто пропорционалне је следеће:

Ако једна од величина порасте или се смањи m пута, при чему је m број различит од нуле, њој обрнуто пропорционална величина се смањи или порасте исти број m пута.

ПАЗИ!!! Код обрнуте пропорционалности променљиве не могу бити нула, ако би биле нула, добили би дељење са нулом!!!

Цртање и читање графика

График неке функције (директне или обрнуте пропорционалности) можемо нацртати на више начина.

Један од начина је примена формуле и табеле из које читамо координате које уцртавамо у координатни систем. У овој табели ми сами задајемо вредности за x , док вредности за y морамо да израчунамо. Препорука је да за директну пропорционалност узмеш бар 3 тачке (график је права која пролази кроз координатни почетак). Ако је коефицијент цео број, онда можеш да изабереш било које тачке. Ако је коефицијент разломак, онда је паметно да за x бираш вредности које могу да се скрате имениоцем, па да добијеш, као решење, цео број.

Препорука за обрнуту пропорционалност: бирај бар 6 тачака (3 позитивне, 3 негативне; график је крива која се зове хипербола). Паметно је да за x бираш вредности које деле бројилац, па да добијеш, као решење, цео број.

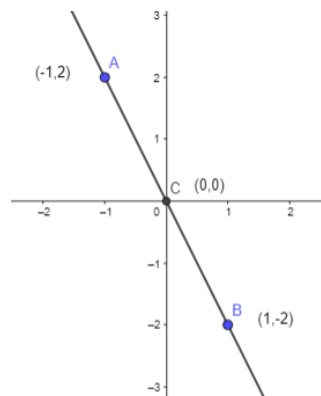
Пример: нацртај графике функција $A) y = -2x$

1. корак – табела

Сами бирамо x вредности, а y израчунамо по формули $y = -2x$

x	-1	0	1
y	2	0	-2

2. корак - Тачке $(-1,2)$, $(0,0)$ и $(1,-2)$ уцртамо у коо. систем и повежемо их – резултат је тражени график.



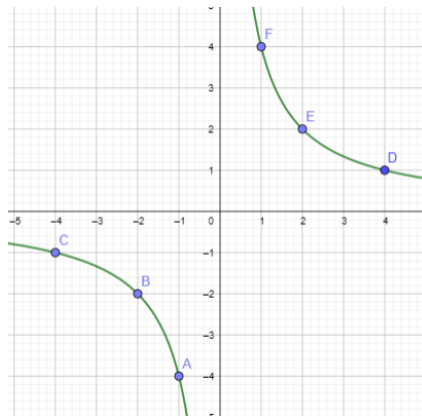
$$B) y = \frac{4}{x}$$

1. корак – табела

Сами бирамо x вредности, а y израчунамо по формули $y = \frac{4}{x}$

X	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1

2. корак - Тачке из табеле уцртамо у коо. систем и повежемо их, имамо две криве (једна је у првом квадранту, друга је у трећем квадранту) – резултат је тражени график.



Приказ табеле графиком и обрнуто

Графикон представља графички приказ понашања неке функције или догађаја, у координатном систему. Графиконе често користимо у физици, статистици и у свим областима у којима је потребно графички приказати како једна величина утиче на другу величину.

Од графикона користимо : тачкасти, линијски, стубичасти и кружни графикон или дијаграм.

Задатак: На једном контролном задатку из математике ученици су постигли следеће резултате: две јединице, три двојке, пет тројки, четири четворке и три петице. Ове податке прикажи табелом и графиконима.

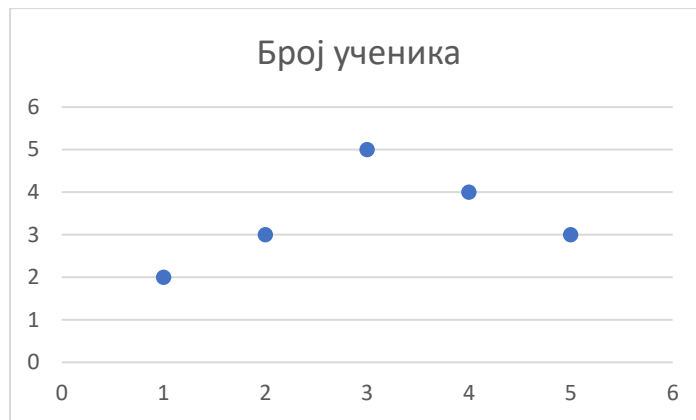
Оцене	Број ученика
1	2
2	3
3	5
4	4
5	3

Када цртамо графикон, за хоризонталну осу узимамо вредност која је фиксирана (оцене, дани у недељи, месеци, године), док за вертикалну осу узимамо вредност која се мења (број ученика за оцену, продаја пецива, падавине и слично)

Тачкасти графикон

Уносимо тачке из табеле у координатни систем, сваки ред из табеле је једна тачка.

(1,2) – оцена 1 два ученика; (2,3) – оцена 2 три ученика...



Линијски графикон

Уносимо тачке из табеле у координатни систем, сваки ред из табеле је једна тачка, па те тачке повежемо.



Стубичасти графикон

Уносимо тачке из табеле у координатни систем, сваки ред из табеле је једна тачка, па обојимо стубиће од хоризонталне осе до тачке.



Кружни дијаграм

Прво се сваки посматрани случај претвори у децимални број, па се помножи са 100 и на тај начин се добијају проценти, у овом случају за сваку оцену.

Тачније:

2 ученика од 17 је добило 1, значи $2:17 = 0.117... \approx 0.12$ $0.12 * 100 = 12\%$

3 ученика од 17 је добило 2, значи $3:17 = 0.176... \approx 0.18$ $0.18 * 100 = 18\%$

5 ученика од 17 је добило 3, значи $5:17 = 0.29... \approx 0.29$ $0.29 * 100 = 29\%$

4 ученика од 17 је добило 4, значи $4:17 = 0.23... \approx 0.23$ $0.23 * 100 = 23\%$

3 ученика од 17 је добило 5, значи $3:17 = 0.176... \approx 0.18$ $0.18 * 100 = 18\%$

Цртање кружног дијаграма је нешто компликованије од осталих дијаграма, јер је овде неопходно утврдити који део круга ће заузети који случај. Подела се врши тако што се подели централни угао који има 360° на одговарајуће делове. Како је 360° уствари 100%, значи да је 1% угао од 3.6° . У нашем случају ми смо требали централни угао да делимо на 5 делова, један угао од 43.2° , два угла по 64.8° , један од 82.8° и још један од 104.4° . Ове углове цртамо угломером.



Аритметичка средина

Аритметичка средина је просечна вредност неког скупа података. Аритметичка средина (или просек) се рачуна тако што се све вредности посматраног скупа података саберу и поделе са укупним бројем података.

Тако рачунамо просек оцена на крају полугодишта или године: саберемо оцене из свих предмета и поделимо са укупним бројем оцена.

Пример:

На једном контролном задатку из математике ученици су постигли следеће резултате: две јединице, три двојке, пет тројки, четири четворке и три петице. Одреди просечну оцену ученика на овом контролном.

Постоје два начина:

Први:

$$1+1+2+2+2+3+3+3+3+3+4+4+4+4+5+5+5=54$$

$$54:17\approx 3,18$$

Други: податке прикажемо табелом и множимо податке у сваком реду, које затим саберемо и поделимо са укупним бројем података:

Оцене	Број ученика
1	2
2	3
3	5
4	4
5	3

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 3 = 54$$

$$54 : 17 \approx 3.18$$

Медијана

Израчунавање медијане се може описати у три корака. Прво се резултати поређају од најмањег до највећег.

Уколико овај низ садржи непаран број резултата, медијана је резултат тачно у средини низа.

Уколико низ садржи паран број резултата, медијана је просек два средишња члана. Ови чланови се саберу и поделе са 2.

Модус

Модус или мод је најчешћа вредност која се појављује у једном скупу података.

Проценти

Процент или посто (значи "стоти део") је поређење дела неке вредности са целином која износи 100. Ознака за проценат је %.

На пример, 10 процената се пише 10%. Пошто се то чита 10 посто, ако то прочитамо овако 10 ПО СТО значи да 10 делимо са 100 и добијамо разломак $\frac{10}{100}$ или 0.10. Па закључујемо да је:

$$10\% = \frac{10}{100} = 0.01$$

Разломак приказујемо процентуално на два начина:

- 1) ако именилац може да се прошири до 100, проширимо и **бројилац представља проценат**.
- 2) ако именилац не може да се прошири до 100, онда претворимо разломак у децимални број и тај **децимални број помножимо са 100**.

Процент приказујемо разломком:

тако што проценат постане бројилац, а у имениоцу пишемо 100.

Уколико је бројилац децимални број, тај децимални број претварамо у разломак, и добијамо двојни разломак, који када решимо добијамо редован разломак.

$$12.5\% = \frac{12.5}{100} = \frac{\frac{125}{10}}{100} = \frac{\frac{125}{10}}{\frac{100}{1}} = \frac{125}{1000}$$

Претпоставимо да има 40 бомбона у кеси.

50% је једна половина – 20 бомбона.

25% је четвртина – 10 бомбона.

10% је десетина – 4 бомбоне.

0% је ништа – 0 бомбона.

100% је све – 40 бомбона.

- Поступак који се користи када желимо да израчунамо колико је x% од неког броја је да се: x% помножи са тим бојем.

$$3\% \text{ од броја } 10 \text{ је: } 3\% \cdot 10 = \frac{3}{100} \cdot 10 = \frac{30}{100} = 0,3$$

- Ако желимо да израчунамо колико је процената (p) неки број (x) од неког броја (y), то се ради тако што решавамо једначину

$$p\% \cdot y = x$$

$$\frac{p}{100} \cdot y = x$$

$$p = \frac{100 \cdot x}{y}$$

Број 10 од броја 50 је у процентима:

$$p = \frac{100 \cdot 10}{50} = \frac{1000}{50} = 20\%$$

Ако се нека цена или вредност повећава или смањује процентуално, онда је најсигурнија метода за долазак до тачног решења пропорција. Ова пропорционалност је директна и ради се слично као када претвамо валуте (област мерење).

Опције за пропорцију:

1. Укупна вредност величине : 100% = дата вредност у задатку : x%
2. Укупна вредност величине : 100% = тражена вредност величине : дати проценти у задатку
3. Непозната укупна вредност: 100% = дата вредност у задатку (знамо да није укупна) : дати проценти

ВОДИ РАЧУНА!!!

Ако је речено да је **поскупљење** 21% онда у датим процентима пишеш 121% (четврти члан пропорције), а ако је речено појефтињење 12% онда у датим процентима пишеш 88% (четврти члан пропорције).

Ако се у задатку тражи за колико се цена променила, онда ОБАВЕЗНО одузми од крајње цене почетну цену, у супротном задатак није завршен.

Пажљиво читај задатке.

БИТНО ЗА ПРОЦЕНТЕ

Ако је нека вредност појефтинила за 10%, па потом поскупела за 10% то **НИКАКО** не значи да је опет иста као на почетку.

1. Кошуља је коштала 2000 динара. Кошуља је прво поскупела 20%, а затим појефтинила 20%. Колико кошуља сада кошта?

Овај задатак се ради применом две пропорције:

2000 је **100%**, па је поскупела 20%, значи $100+20=120\%$, а нас занима колико је коштала кад је поскупела.

$$2000:100\%=x:120\%$$

$$x = \frac{2000 * 120}{100} = 20 * 120 = 2400$$

Дакле, кад је поскупела, онда је коштала 2400. Сада је ова нова цена уствари 100%, па нас занима када буде појефтинила 20% (100-20=80%) колико ће коштати.

$$2400:100\%=x:80\%$$

$$x = \frac{2400 * 80}{100} = 24 * 80 = 1920$$

Дакле, нова цена је 1920 динара. На почетку је коштала 2000, а сада је 1920 динара.

2. Кошуља је са 5000 динара снижена на 3000 динара. Колико процената износи снижење?

$$5000:100\%=3000:x\%$$

$$x = \frac{3000 * 100}{5000} = 3 * 20 = 60\%$$

Ово значи да је 60% вредност кошуље од првобитне цене, то значи да је **појефтинила** за **40%**.

3. Ако је 10% вредности кошуље 324 динара, колика је укупна вредност кошуље?

$$x:100\%=324:10\%$$

$$x = \frac{324 * 100}{10} = 324 * 10 = 3240$$

Значи, кошуља кошта 3240 динара.

4. У одељењу од 20 ученика 25% је одлично, а 40% са свим петицама. Колико ученика овог одељења има све петице?

Морамо да закључимо да ћемо ових 40% ученика са свим петицама израчунати тек када сазнамо колико је одличних ученика. Дакле, задатак са две пропорције.

$$20:100\%=x:25\%$$

$$x = \frac{20 * 25}{100} = 5$$

Пет ученика овог одељења је одлично.

$$5:100\%=x:40\%$$

$$x = \frac{5 * 40}{100} = 2$$

Два ученика је са свим петицама.